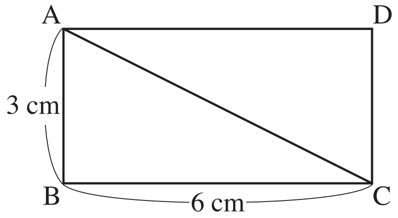
レッスン 7003 長方形の対角線の長さ・三角形の高さ

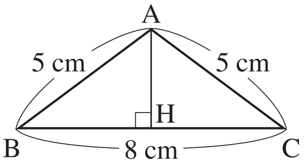
問題

次の問いに答えなさい。

(1) 次の図の長方形 ABCD の対角線の長さを求めなさい。



(2) 次の図の △ABC について，高さ AH と面積を求めなさい。



解答

(1) $\mathrm{AC} = x\,\mathrm{cm}$ とする。$\angle\mathrm{B} = 90^\circ$ だから，△ABC について

$$x^2 = 3^2 + 6^2$$
$$= 9 + 36$$
$$= 45$$

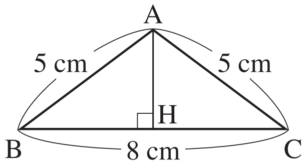
$x > 0$ だから

$$x = 3\sqrt{5}$$

よって

$3\sqrt{5}$ cm …(答)

(2) AH $= x$ cm とする。



AH は二等辺三角形の頂点から底辺へひいた垂線より，

BH $= 4$ cm だから

$$4^2 + x^2 = 5^2$$
$$x^2 = 25 - 16$$
$$x^2 = 9$$

$x > 0$ だから

$$x = 3$$

よって

AH $=$ **3 cm** …(答)

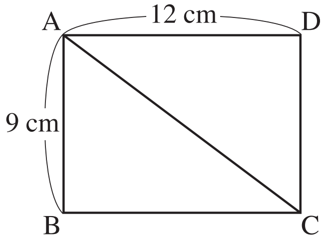
したがって，求める面積は

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 3$$
$$= \mathbf{12\ (cm^2)}$$ …(答)

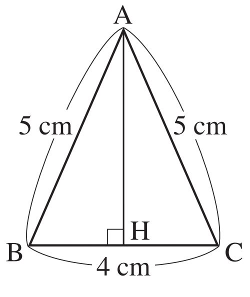
確認テスト　長方形の対角線の長さ・三角形の高さ

次の問いに答えなさい。

(1) 次の図の長方形 ABCD の対角線の長さを求めなさい。



(2) 次の図の △ABC について，高さ AH と面積を求めなさい。

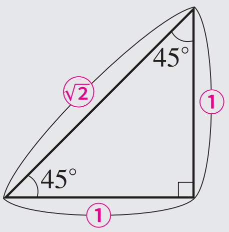


レッスン 7004
特別な直角三角形

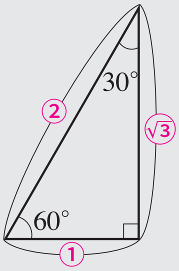
ポイント

● 特別な直角三角形：次のような角度をもつ直角三角形の辺の比は以下のようになる

[1] 90°，45°，45°



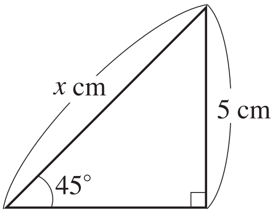
[2] 90°，30°，60°



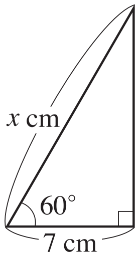
問題

次の図で，x の値を求めなさい。

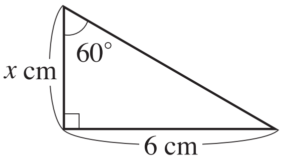
(1)



(2)



(3)



解答

(1) $x : 5 = \sqrt{2} : 1$

$x = \mathbf{5\sqrt{2}}$ …(答)

(2) $x : 7 = 2 : 1$

$x = \mathbf{14}$ …(答)

(3) $x : 6 = 1 : \sqrt{3}$

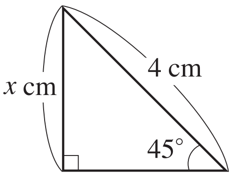
$\sqrt{3}x = 6$

$x = \dfrac{6}{\sqrt{3}}$

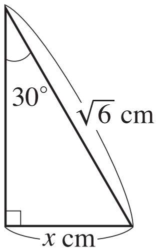
$x = \mathbf{2\sqrt{3}}$ …(答)

次の図で，x の値を求めなさい。

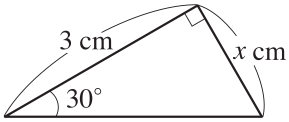
(1)



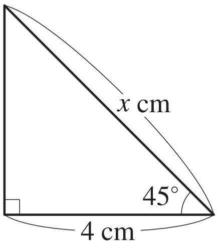
(2)



(3)



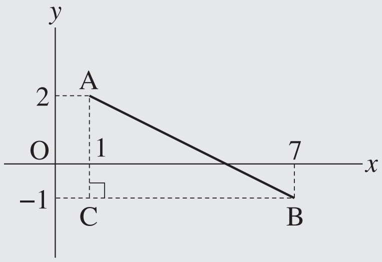
(4)



レッスン 7005　2点間の距離

ポイント

● 2 点間の距離
長さを求めたい線分を斜辺にもち，x 軸，y 軸にそれぞれ平行な辺をもつ直角三角形を利用する

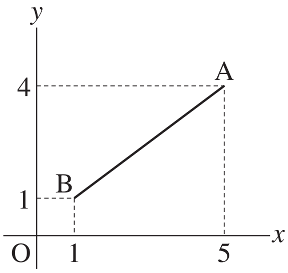


（例）2 点 A$(1,\ 2)$，B$(7,\ -1)$ の間の距離
右の図のように，直角三角形 ACB をつくると
$AC = 3$，$BC = 6$ だから，$AB = 3\sqrt{5}$

問題

次の 2 点 A，B の間の距離を求めなさい。

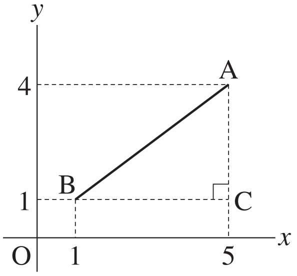
(1)



(2) A$(3,\ 5)$，B$(-1,\ 1)$

解答

(1)



上の図のように，直角三角形 ABC をつくると

$$BC = 5 - 1$$
$$= 4$$
$$AC = 4 - 1$$
$$= 3$$

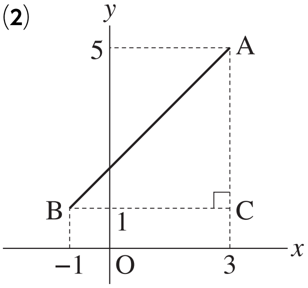
よって

$$AB^2 = 4^2 + 3^2$$
$$= 16 + 9$$
$$= 25$$

$AB > 0$ なので

$AB = \mathbf{5}$ …(答)

(2)



上の図のように，直角三角形 ABC をつくると

$$BC = 3 - (-1)$$
$$= 4$$
$$AC = 5 - 1$$
$$= 4$$

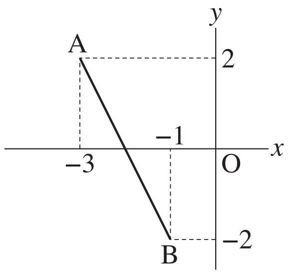
よって，△ABC は AC = BC の直角二等辺三角形だから

$$AB : AC = \sqrt{2} : 1$$
$$AB : 4 = \sqrt{2} : 1$$

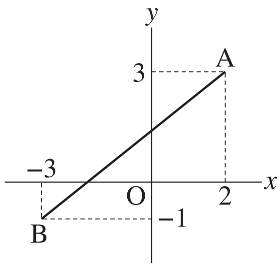
$AB = \mathbf{4\sqrt{2}}$ …(答)

次の 2 点 A，B の間の距離を求めなさい。

(1)



(2)

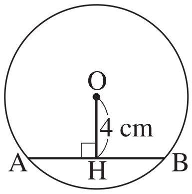


(3) A(−3, 1)，B(2, − 4)

レッスン 7006 三平方の定理と弦の長さ

問題

右の図のような半径 6 cm の円 O で，中心からの距離 OH が 4 cm である弦 AB の長さを求めなさい。



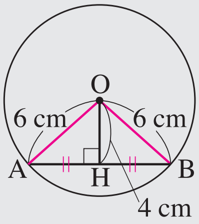
ポイント

● 点 O と A，点 O と B をそれぞれ結び，2 つの直角三角形 OAH，OBH をつくると

$\triangle OAH \equiv \triangle OBH$

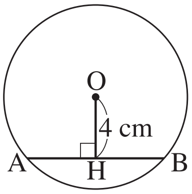
対応する辺の長さは等しいので，AH = BH となる

→ 直角三角形 OAH に着目して AH の長さを求める



解答

点 O と A を結ぶ。直角三角形 OAH に着目すると



$$AH^2 + OH^2 = OA^2$$

$$AH^2 + 4^2 = 6^2$$

$$AH^2 = 36 - 16$$

$$AH^2 = 20$$

AH $>$ 0 なので

$$AH = 2\sqrt{5}\ \text{cm}$$

点 H は弦 AB の中点なので

$$AB = 2AH$$

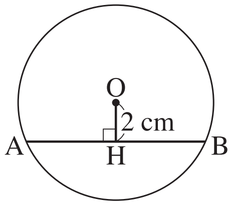
$$= 2 \times 2\sqrt{5}$$

$$= \mathbf{4\sqrt{5}\ (cm)}$$ …(答)

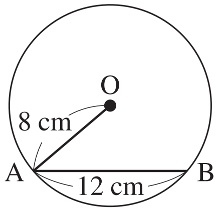
確認テスト　三平方の定理と弦の長さ

次の問いに答えなさい。

(1) 次の図のような半径 5 cm の円 O で，中心からの距離 OH が 2 cm である弦 AB の長さを求めなさい。



(2) 次の図のような半径 8 cm の円 O で，弦 AB の長さが 12 cm のとき，中心 O から弦 AB までの距離を求めなさい。

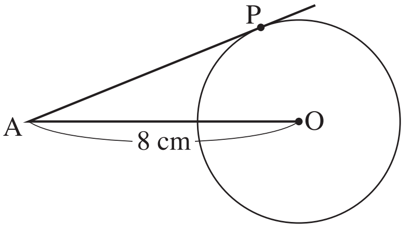


レッスン 7007

三平方の定理と接線の長さ

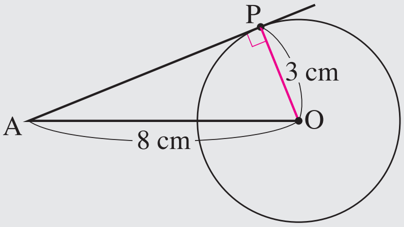
問題

右の図で，直線 AP は円 O の接線で，点 P は接点である。円の半径が 3 cm，AO = 8 cm のとき，線分 AP の長さを求めなさい。



ポイント

- 点 O と P を結ぶと，円の接線と，接点を通る半径は垂直なので，$\angle APO = 90^\circ$ である。OP = 3 cm だから，直角三角形 OAP に着目して AP の長さを求める



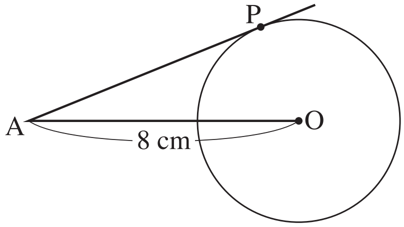
解答

点 O と P を結ぶと，△OAP は $\angle APO = 90^\circ$ の直角三角形だから

$$AP^2 + OP^2 = OA^2$$
$$AP^2 + 3^2 = 8^2$$
$$AP^2 = 64 - 9$$
$$AP^2 = 55$$

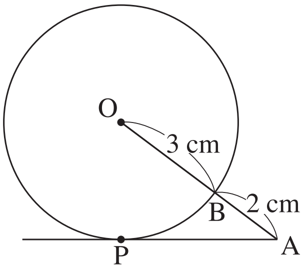
AP > 0 なので

$AP = \sqrt{55}$ **cm** …（答）



確認テスト　三平方の定理と接線の長さ

右の図で，直線 AP は円 O の接線で，点 P は接点である。また，円 O と線分 OA の交点を B とする。OB = 3 cm，AB = 2 cm のとき，線分 AP の長さを求めなさい。

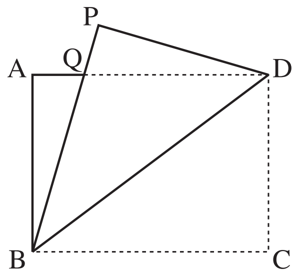


レッスン 7008

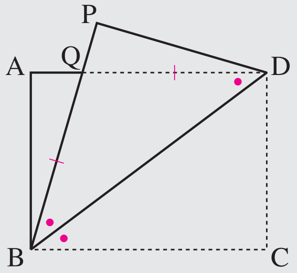
三平方の定理と図形の折り返し

問題

右の図は，AB ＝ 12 cm，BC ＝ 16 cm の長方形 ABCD を対角線 BD を折り目として折り曲げたものである。線分 BQ の長さを求めなさい。



ポイント



- もとの角と折り返した角は等しいから，
  $\angle PBD = \angle CBD$
  AD // BC より，平行線の錯角は等しいので
  $\angle QDB = \angle CBD$
  よって，$\angle PBD = \angle QDB$,
  つまり $\angle QBD = \angle QDB$ となる。
  2 つの角が等しいので，△QBD は QB ＝ QD の二等辺三角形である

- QB ＝ QD ＝ x cm とおくと
  AQ ＝ AD − QD
  ＝ 16 − x（cm）
  と表せるので，直角三角形 AQB に三平方の定理を適用する

解答

もとの角と折り返した角は等しいから

$\angle PBD = \angle CBD$ …①

AD // BC より，平行線の錯角は等しいので

$\angle QDB = \angle CBD$ …②

①，②より

$\angle PBD = \angle QDB$

よって，$\angle QBD = \angle QDB$ だから，2 つの角が等しいので △QBD は QB = QD の二等辺三角形である。

$QB = QD = x$ cm とおくと

$$\begin{aligned} AQ &= AD - QD \\ &= 16 - x \ (\text{cm}) \end{aligned}$$

と表せるので，直角三角形 ABQ に着目すると

$$\begin{aligned} 12^2 + (16 - x)^2 &= x^2 \\ 144 + 256 - 32x + x^2 &= x^2 \\ -32x &= -400 \\ x &= \frac{25}{2} \end{aligned}$$

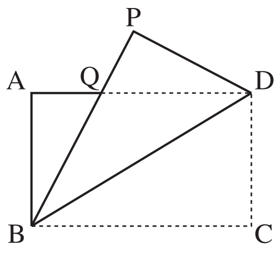
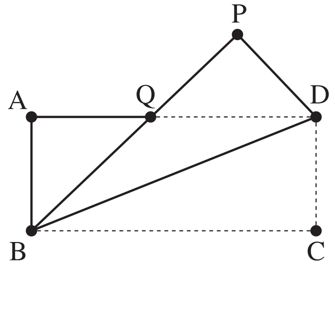
よって

$BQ = \mathbf{\frac{25}{2}\ cm}$ …（答）

確認テスト　三平方の定理と図形の折り返し

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図は，AB = 6 cm，BC = 10 cm の長方形 ABCD を対角線 BD を折り目として折り曲げたものである。線分 BQ の長さを求めなさい。



(2) 右の図は，AB = 2 cm，BC = 5 cm の長方形 ABCD を対角線 BD を折り目として折り曲げたものである。線分 BQ の長さを求めなさい。